

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ALT VƏ ÜST TƏBƏQƏLƏRİ PYEZOELEKTRİK, ORTA TƏBƏQƏSİ METAL OLAN QATLAR ARASINDA ÇATLARA MALİK ÜÇQATLI DAİRƏVİ LÖVHƏNİN QABARMASI VƏ ENERJİ BURAXMA SÜRƏTİNİN TƏDQIQI

İxtisas: 2002.01 – Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Fazilə İlyas qızı Cəfərova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2021

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin Fizika və texniki fənlər fakültəsinin “Ümumi texniki fənlər” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fiz.-riy. elmləri doktoru, professor
Orucəli Hüseynqulu oğlu Rzayev

Rəsmi opponentlər:

riy. üzrə elmlər doktoru, professor
Ramiz Əziz oğlu İsgəndərov

fiz.-riy. elmləri namizədi, dosent
Xalid Binnət oğlu Məmmədov

riy. üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Famil Əlizadə oğlu Seyfullayev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya Şurası

Dissertasiya Şurasının sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r. e.d., professor

_____ **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

mex.üzrə e.d., dosent

_____ **Laura Faiq qızı Fətullayeva**

Elmi seminarın sədri:

riy. üzrə e.d., professor

_____ **Natiq Qarakişi oğlu Əhmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Müasir sənayenin müxtəlif aparıcı sahələrində, məsələn, aviasiya, maşınqayırma, gəmiqayırma, eləcə də hərbi sənayedə texnologiyanın inkişafı təcili olaraq kompozit materialların, o cümlədən pyezoelektrik materialların təbəqələrini (və ya komponentlərini) ehtiva edən laylı materialların istifadəsini tələb edir. Dünya elmi ədəbiyyatında pyezoelektrik materiallar PZT ilə işarə olunur.

Bu laylı materialların, eləcə də bu materiallardan hazırlanmış konstruksiya elementlərinin uğurlu tətbiqi, onların laylanma və dağılmasının hərtərəfli nəzəri öyrənilməsini tələb edir. Təqdim olunan dissertasiya işi laylanma-dağılma problemlərinin nəzəri tədqiqinə, eləcə də fazalararası dairəvi çatlara malik üçqatlı PZT+metal+PZT dairəvi lövhənin dağıdılması məsələsinə həsr edilmişdir.

Adətən, nazik plyonkalar və ya PZT plitələri əhəmiyyətli materiallardan hazırlanmış lövhələr və örtüklər qismində konstruksiya elementlərinin işini izləmək üçün sensorlar və ya aktuatorlar kimi istifadə olunur. Bu sensorlar və aktuatorlar yapışdırıldıqda, daşıyıcı materialın səthində tez-tez yapışmayan zonalar görünür. Məhz, bu yapışdırılmamış zonalar müvafiq elektromexaniki sıxılma qüvvələrinin təsiri altında PZT təbəqələrinin local qabarmasının (və ya dayanıqlığının itkisi) mərkəzləridir. Nəticə etibarlı ilə qeyd olunan local qabarmalara nəzarət etmək və qarşısını almaq üçün müvafiq nəzəri tədqiqatlara ehtiyac vardır. Bununla belə, PZT materiallarından hazırlanmış lövhələrin və çubuqların dayanıqlıq problemlərinin tədqiqatçıların diqqətini cəlb etməsinə baxmayaraq, son vaxtlara qədər belə tədqiqatlar tamamilə yox idi. Bu tədqiqatçılar müəyyən etdilər ki, plitələrin və çubuqların materialının pyezoelektrikliyi müvafiq sıxılma böhran qüvvələrinin qiymətini artırır. PZT və elastik komponentlərdən ibarət sistemlərin dinamikası, statikası və sabitliyi ilə bağlı bir sıra digər tədqiqatlar da mövcuddur.

Pyezoelektrik materiallarda dairəvi çatlara üçün aparılan bütün tədqiqatlar iki fərziyyə altında aparılmışdır:

- çatı özündə saxlayan təbəqələr radial istiqamətdə sonsuzdur;
- xarici elektromexaniki yüklənmənin növləri və səviyyələri müvafiq problemlərin tədqiqi zamanı pyezoelektrik materiallar üçün elektroelastikliyin klassik xətti nəzəriyyəindən istifadə etməyə imkan verir.

Məlumdur ki, pyezoelektrik materiallar üçün elektroelastikliyin klassik xətti nəzəriyyəsi çatın yerləşdiyi müstəviyə paralel istiqamətdə hərəkət edən xarici qüvvələrin çatda gərginliyin intensivliyi əmsalının (GİƏ) və enerjinin buraxılma sürətinin (EBS) qiymətlərinə təsirini nəzərə ala bilməz. Qeyd edək ki, yuxarıda göstərilən qüvvələrin sırf elastik materiallar üçün GİƏ və EBS qiymətlərinə təsirini nəzərə almağa imkan verən müvafiq yanaşma müəyyən fərqlər çərçivəsində tədqiq edilmişdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, bu yanaşma həndəsi qeyri-xətti tənliliklərin xəttiləşdirilməsinə əsaslanır. Xəttiləşmədə xarici qüvvələrin yaratdığı və çatların yerləşdiyi müstəviyə paralel istiqamətdə hərəkət edən gərginlik vəziyyəti ilkin gərginliklər kimi, çat səthinə təsir edən qüvvələrin yaratdığı gərginlik vəziyyəti isə əlavə olaraq qəbul edilir. Yuxarıdakı xəttiləşdirmə bu əlavə vəziyyətin qiymətlərinə münasibətdə həyata keçirilir. Qeyd olunan xəttiləşdirmənin etibarlılığı üçün ilkin vəziyyətə səbəb olan qüvvələrin qiymətlərinin əlavə gərginlik vəziyyətinə səbəb olan qüvvələrin qiymətlərindən əhəmiyyətli dərəcədə böyük olduğu güman edilir. Təsvir edilən xəttiləşdirmə nəticəsində çatın yerləşdiyi müstəviyə paralel istiqamətdə hərəkət edən qüvvəni ehtiva edən əmsallara malik üçölçülü xəttiləşdirilmiş tənlilik əmələ gəlir. Bu əmsalların köməyi ilə çatların yerləşdiyi müstəviyə paralel istiqamətdə hərəkət edən xarici qüvvələrin çatların ön hissələrində GİƏ və EBS qiymətlərinə təsirini nəzərə almaq mümkün olur.

Bu sahədə aparılan çoxlu araşdırmalara baxmayaraq, yuxarıdakı mənada ilkin gərginliklərin pyezoelektrik materialda dairəvi çatın ön hissəsindəki GİƏ və EBS-nə və ya pyezoelektrik və elastik materiallar arasındakı interfeys müstəvisinə təsiri ilə bağlı tədqiqatlar hələ də aparılmamışdır.

Dissertasiya işi dağılma problemləri ilə bağlı məsələləri araşdırır, yəni üçqatlı "PZT+elastik+PZT" dairəvi lövhədə

fazalararası dairəvi çatların problemlərinə həsr olunmuşdur. Məhz, fazalararası dairəvi çatlarla göstərilən lövhənin elektro-mexaniki enerjilərinin təyini üçün problem nəzərdən keçirilir, həmçinin çatların ön hissəsində enerjinin buraxılma sürətinin (yəni ERR- Energy Rebeate Rate: Enerji Buraxma Sürəti (EBS)) təyini üçün problem nəzərdən keçirilir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Təqdim olunan dissertasiya işində üç qatlı "PZT+elastik+PZT" dairəvi lövhədə yerləşən dairəvi fazalararası çatların ön hissəsində EBS tədqiq olunur. Burada əlavə olaraq radial sıxılma və ya dartılma ilkin gərginliyinin EBS-nin qiymətinə təsiri araşdırılır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsədi üçqatlı "PZT+elastik+PZT" dairəvi lövhənin fazalararası dairəvi çatlarla elektromexaniki enerjilərini təyin etmək, həmçinin çat cəbhəsində enerjinin buraxılma sürətini təyin etməkdir.

Dissertasiya işində pyzoelektrik materiallar üçün elektroelastiklik nəzəriyyəsinin həndəsi qeyri-xətti tənliklərindən istifadə edərək fazalararası dairəvi çatlara malik üçqatlı "PZT+elastik+PZT" dairəvi lövhə üçün iki növ məsələ nəzərdən keçirilir. Bu vəzifələr aşağıdakılardır:

1. fazalararası çatların yaxınlığında üz PZT laylarının laylanmaqabarmasının tədqiqi və elektrik-mexaniki sahələrin qarşılıqlı təsirinə müvafiq böhran parametrlərin qiymətinə təsirinə öyrənilməsi;

2. fazalararası çatın ön hissəsində EBS-nin tədqiqi və ilkin gərginliyin təsirinə təyini, həmçinin elektrik-mexaniki sahələrin qarşılıqlı təsirinə GİƏ və EBS qiymətinə təsirinə müəyyən edilməsi.

Tədqiqat metodu. Qarşıya qoyulan problemləri həll etmək üçün elastiklik nəzəriyyəsinin fundamental məsələlərinin həllində geniş istifadə olunan sonlu elementlər metodundan (SEM) istifadə olunur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

a) məsələnin qoyuluşu, müvafiq sərhəd məsələlərinin həlli üçün ədədi sonlu elementlər metodunun (SEM) işlənməsi və tətbiqi;

b) dairəvi çatların yaxınlığında üz təbəqələrinin local qabarması ilə bağlı böhran parametrlərin müəyyən edilməsi üçün meyarların işlənilib hazırlanması;

c) I rejimdə fazalararası dairəvi çatların ön hissəsində ilkin gərginliklərin EBS qiymətinə təsirinin təyini üçün alqoritmlərin işlənilib hazırlanması;

d) problemin parametrlərinin böhran qüvvənin qiymətinə, eləcə də EBS-nin qiymətinə təsiri ilə bağlı xüsusi ədədi tədqiqatların aparılması;

e) alınan ədədi nəticələrin təhlili və elektrik-mexaniki sahələrin qarşılıqlı təsirindən, həmçinin pyezoelektrik üz təbəqələrinin anizotropiyasından yaranan yeni effektlərin müəyyən edilməsi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşin nəticələrinin elmi yeniliyi və əhəmiyyəti bunlardır:

- fazalararası dairəvi çatların yaxınlığında üz laylarının, həmçinin I rejim üçün bu çatların ön hissəsindəki EBS-nin lokal təbəqələşməsi-burulmasının tədqiqi üzrə problemlərin tərtibi;
- pyezoelektrik materiallar üçün elektroelastiklik nəzəriyyəsinin müvafiq sərhəd məsələlərinin ədədi həlli üçün SEM-in işlənilib hazırlanması;
- ədədi nəticələrin alınması üçün proqram paketində SEM-in həyata keçirilməsi;
- pyezoelektrik materialların elektromexaniki xassələri ilə, elektrik sahəsinin böyüklüyü ilə bağlı sərhəd şərtləri ilə, məsələlərin həndəsi parametrləri ilə bağlı bəzi elektromexaniki təsirlərin qurulması.

İki fazalararası dairəvi çatları olan üç qatlı "PZT+elastik+PZT" dairəvi lövhənin bütün nəzərdən keçirilən problemləri ekssimetrik deformasiya zamanı pyezoelektrik materiallar üçün elektroelastiki nəzəriyyənin dəqiq üçölçülü həndəsi qeyri-xətti tənliklərindən istifadə olunaraq hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində ilk dəfə həll olunmuşdur.

Alınan nəticələrin etibarlılığı aşağıdakılarla təsdiqlənir:

- məsələnin qoyuluşunda və tərtibində hissə-hissə bircins modeldən istifadə etməklə pyezoelektrik materiallar üçün

elektroelastiklik nəzəriyyəsinin dəqiq üçölçülü həndəsi qeyri-xətti tənliklərindən istifadə edilməsi;

- SEM-dan istifadə zamanı məsələlərin tərtib edilməsinin düzgünlüyü, bu məsələlərin variasiyalı tərtibatının doğruluğu;
- əldə edilən ədədi nəticələrin bir-biri ilə uyğunluğu, fiziki mülahizələr, konkret hallarda digər müəlliflərin məlum nəticələri ilə kifayət qədər yaxşı uzlaşması.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Piezoelektrik materiallar üçün elektroelastiklik nəzəriyyəsinin dəqiq üçölçülü həndəsi qeyri-xətti tənliklərindən istifadə edərək hissə-hissə bircins cismin modelinə əsaslanan tədqiqatlar, laylanma-qabarma, həmçinin üçqatlı fazalararası iki dairəvi çatlı "PZT+elastik+PZT" dairəvi lövhənin dağılması üçün bir sıra məsələlərin həlli dissertasiyanın nəzəri əhəmiyyətidir. Bu işdə əldə edilən nəticələr fazalararası dairəvi çatlar olan piezoelektrik materialların istifadə edildiyi konstruksiyalarda tətbiq oluna bilər.

İşin aprobeasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas müddəaları Gəncə Dövlət Universitetinin Fizika və texniki fənlər fakültəsinin Ümumi texniki fənlər kafedrasının seminarlarında, həmçinin aşağıdakı elmi konfranslarda mütəmadi olaraq məruzə edilmişdir: Türk Fizika Cəmiyyəti, 32-ci Beynəlxalq Fizika Konqresi. (06-09 Sentyabr 2016, Bodrum, Türkiyə), Müasir təbiət və iqtisadi elmlərin aktual problemləri. Beynəlxalq Elmi Konfrans, (04-05 May 2018, Gəncə).

Müəllifin şəxsi töhfəsi: S.C.Əkbərov və N.Yahınoğlu ilə birgə yazdığı işlərdə (məqalələrdə) müəllif qoyulmuş məsələləri sonlu elementlər üsulu ilə həll etmiş, nəticələri analiz etmişdir. O.H.Rzayevlə həmmüəllifliklə yazılmış işlərdə problemin qoyulması, ədədi nəticələrin alınması və təhlili müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri 9 elmi işdə, o cümlədən, 6 məqalə, 3 tezisdə dərc olunub və avtoreferatın sonunda qeyd olunub.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin Fizika və texniki fənlər fakültəsinin "Ümumi texniki fənlər" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiya işinin struktur bölmələrinin həcmi ayrıca göstərilməklə işin ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 200087 işarədir (titul səhifəsi - 432 işarə, mündəricat - 2666 işarə, giriş - 26332 işarə, birinci fəsil - 48000 işarə, ikinci fəsil - 72000 işarə, üçüncü fəsil - 46000 işarə, nəticə - 4657 işarə). Dissertasiya işində 71 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı, 21 şəkil və 16 cədvəl vardır.

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin məqsədi və aktuallığı müəyyən edilir, baxılan problemlərin mövzusu ilə bağlı işlərin qısa icmalı verilir.

Birinci fəsil kiçik deformasiyalarda ixtiyari əyrixətli koordinatlarda elektroelastikliyin həndəsi qeyri-xətti nəzəriyyəsinin bəzi əsas münasibətlərinə həsr edilmişdir. Kiçik deformasiyalar dedikdə nəzəriyyənin elə versiyasını nəzərdə tuturuq ki, o zaman uzanma və yerdəyişmə vahidlə müqayisədə kiçik qiymətlər alır və onları nəzərə almamaq olar. Bundan əlavə, bu müddəaya əsasən qüvvələrdə və elektrik yerdəyişmələrində tarazlıq tənliyini və sərhəd şərtlərini yazarkən uzanmaların, sahələrin və həcmələri dəyişməsini nəzərə almayacağıq. Bununla belə, qüvvələrdə və elektrik yerdəyişmələrində tarazlıq tənliklərini və sərhəd şərtlərini yazarkən, deformasiyalar nəticəsində elementar material liflərinin oriyentasiyalarında (istiqamətlərində) dəyişiklikləri nəzərə alacağıq. Eyni zamanda, biz material liflərinin fırlanma bucaqlarına heç bir məhdudiyyət qoymayacağıq. Bütün nəzərdən keçirilən münasibətlər silindrik koordinatlarda yenidən yazılacaqdır. Üstəlik, ilk *beş paraqrafda* elektrik sahəsinin mövcudluğundan bəhs edilmir, baxmayaraq ki, bu bəndlərdə verilmiş münasibətlər və tənliklər piezoelektrik materiallar üçün elektro-elastiklik nəzəriyyəsi üçün etibarlı olaraq qalır.

Bölmə 1.6 elektrik sahəsi nəzəriyyəsinin tənlikləri və pyezoelektrik materiallarla əlaqəli mexaniki və elektrik sahələri arasındakı münasibətlər haqqında bəzi zəruri məlumatları təqdim edir. Pyezoelektrik materialdan hazırlanmış çubuğun uclarını voltmetrə birləşdirsək və bu çubuğu sıxmağa başlasaq, onda voltmetr əqrəbi sıfır nöqtəsindən hərəkət edəcək və piezoelektrik çubuğun mexaniki sıxılması nəticəsində əyilmiş elektrik sahəsinə uyğun gələn müəyyən bir gərginlik göstərəcəkdir. Bundan əlavə, bir piezoelektrik çubuğun uclarını elektrik yükləri ilə yükləsək, müəyyən bir mexaniki hərəkət meydana gələcək (əks pyezoelektrik effekt).

Qeyd edək ki, piezoelektrik materiallar əsasən iki qrupa bölünür: polimer pyezoelektriklər və keramik pyezoelektriklər.

Keramik piezoelektriklər kövrək materiallardır və onlarda olan deformasiyalar demək olar ki, dağılma anına qədər elastikdir. Bununla belə, polimer pyezoelektrikləri özlü elastik xüsusiyyətlərə malikdir.

Pyezoelektrik materialların əsas xüsusiyyətlərindən biri onların anizotropiyasıdır. Başqa sözlə, bu materialların mexaniki və elektrik xüsusiyyətləri istiqamətindən asılıdır. Bunun əvəzinə, piezoelektrik materiallar davamlı dipollara malikdir və mərkəzi simmetriyaya malik olmayan ionlaşmış kristallar kimi qəbul edilə bilər.

Hal-hazırda texnologiya və sənayedə istifadə olunan pyezoelektrik materiallar "Qurğuşun + Zirkonium (zirkonium) + titan (titan)" qarışığından hazırlanır. Yunan dilində "qurğuşun" "Plumbo" yazıldığı üçün belə piezoelektrik materiallar PZT adlanır, yəni qarışığa daxil olan materialların adının ilk hərfləri ilə. PZT materialları qarışığın tərkibindəki sirkonium və titan miqdarına görə bir-birindən fərqlənir və PZT-2, PZT-4, PZT-5 və s.

Bunlara əlavə olaraq, kristal qəfəsdə mərkəzi simmetriyaya malik olmayan kristallardan piezoelektrik effektləri aşkar etmək üçün istifadə olunur, çünki Barium Titanat ($BaTiO_3$), Kuartz (SiO_2), Cinko Oksid (ZnO) və s.

İkinci fəsil üçqatlı PZT+METAL+PZT dairəvi lövhənin təbəqələrarası dairəvi çatlarının yaxınlığında laylanma-qabarma problemlərinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Burada oxasimmetrik hal tədqiq edilir və plitənin lövhə-diskinin yan səthinə təsir edən bərabər paylanmış, normal qüvvələr tərəfindən radial istiqamətdə sıxıldığı güman edilir. Məsələnin qoyuluşu pyezoelektrik materiallar üçün elektroelastiklik nəzəriyyəsinin həndəsi qeyri-xətti tənliklərindən istifadə etməklə hissə-hissə bircins cismin modeli çərçivəsində yazılmışdır. Baxılan məsələlər qeyri-xətti problemin uyğun xəttiləşdirilmiş məsələlərinə gətirilməklə sərhəd formasının təhrif olunması metodu vasitəsilə həll edilir. Bundan başqa, bu xəttiləşdirilmiş problemlər Sonlu Elementlər Metodundan (SEM) istifadə edilməklə ədədi şəkildə həll edilir. Ədədi nəticələr müxtəlif növ PZT və elastik materiallardan metallar üçün sıxılma qüvvələrinin böhran qiymətləri və çat radiusunun dairəvi diskin radiusuna

nisbətini xarakterizə edən həndəsi parametrlərin müxtəlif qiymətləri üçün təhlil edilir və s.

Bölmə 2.1-də məsələnin qoyuluşu şərh olunur. Şəkil 1.a-da göstərilən üçqatlı dairəvi disk nəzərdən keçirək və ümumilik üçün diskin (və ya lövhənin) bütün təbəqələrinin materialının piezoelektrik olduğunu qəbul edək. Bundan əlavə, biz plitələrin üz təbəqələrinin materiallarının eyni olduğunu, orta və üz təbəqələri arasında dairəvi çatların mövcudluğunu şəkl. 1.b-dəki kimi fərz edirik.

Orθz silindrik koordinat sistemini lövhənin aşağı üz müstəviləri ilə birləşdiririk (şəkil 1) və bu koordinat sistemindəki Laqranj koordinatları vasitəsilə bu lövhənin nöqtələrinin mövqeyini təyin edirik. Beləliklə, şəkil 1-ə görə, lövhə $\{0 \leq r \leq l/2, 0 \leq \theta \leq 2\pi; 0 \leq z \leq h\}$ sahəsini tutur və dairəvi çatlar $\{z = h_F \pm 0, 0 \leq r \leq l_0/2\}$ və $\{z = h_c + h_F \pm 0, 0 \leq r \leq l_0/2\}$ intervallarında yerləşir, burada l – diskin diametri, h – diskin qalınlığı, l_0 – dairəvi çatın diametri, h_F – üz təbəqəsinin qalınlığı, h_c – isə orta təbəqənin qalınlığıdır.

Bundan əlavə, fərz edək ki, çat səthinin təbii vəziyyətində çox cüzi vəoxasimetrik ilkin qüsurlar (və ya qabarma) vardır. Şəkl. 1b-də yuxarı çatın yuxarı və aşağı səthləri S_u^+ və S_u^- vasitəsilə, aşağı çat üçün isə eyni səthlər müvafiq olaraq S_L^+ və S_L^- vasitəsilə göstərilir.

Bu səthlərin tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

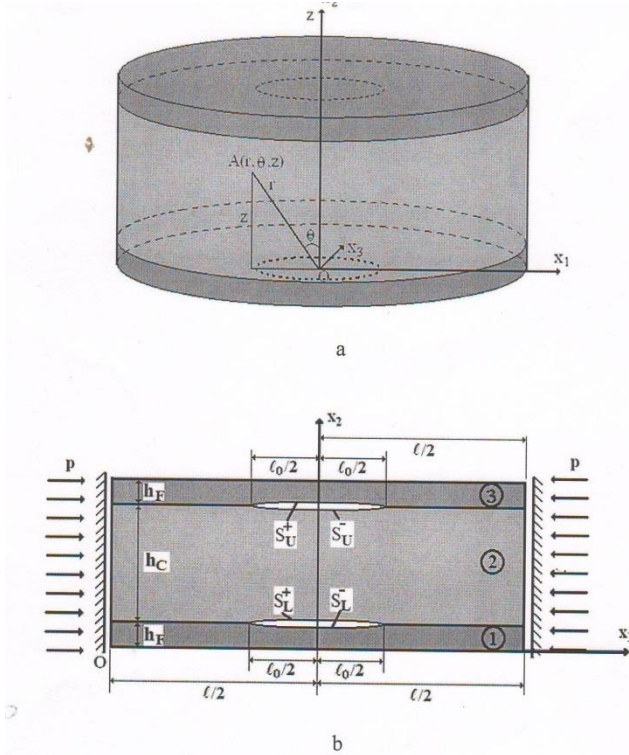
$$z = h_F \pm \varepsilon f(r), \quad S_L^\pm \text{ üçün,}$$

$$z = h_c + h_F \pm \varepsilon f(r), \quad S_u^\pm \text{ üçün,} \quad (1)$$

burada ε ($0 < \varepsilon \ll 1$) qırılma səthlərinin ilkin qüsursuzluğunun dərəcəsini xarakterizə edən ölçüsüz kiçik parametrdir, $f(r)$ ilkin qüsursuzluğun formasını xarakterizə edən funksiyadır.

Fərz edək ki, nəzərdən keçirilən üçqatlı lövhə bu lövhənin yan səthi boyunca P intensivliyi ilə bərabər paylanmış radial normal qüvvələrlə sıxılır. P qiymətinin artması ilə çat səthlərinin yuxarıda göstərilən ilkin qüsursuzluğunun inkişafını öyrənməyə çalışaq və bu tədqiqat piezoelektrik materiallar üçün elektroelastiklik

nəzəriyyəsinin həndəsi qeyri-xətti tənliklərindən istifadə etməklə həyata keçirilir.



Şək. 1. Plitələrin və fazaarası çatların həndəsəsi.

Beləliklə, yuxarıdakı tənliyi yazırıq və bu zaman yuxarı (3) və (1) işarələri müvafiq olaraq yuxarı və aşağı təbəqələrə aid olan kəmiyyətləri, yuxarı işarə (2) isə orta təbəqə ilə əlaqəli kəmiyyətləri bildirir. Qeyd edək ki, plitənin həndəsəsi və çat səthlərinin ilkin qüsursuzluğu, eləcə də xarici qüvvələrin paylanması Oz oxuna görə simmetriyaya malik olduğu güman edildiyi üçün, bütün sonrakı tədqiqatlar bu oxasimmetrik vəziyyət üçün aparılacaqdır.

Deməli, biz pyezoelektrik materiallar üçün elektroelastiklik nəzəriyyəsinin tam tənliklər sistemini oxasimmetrik vəziyyətdə və həndəsi qeyri-xətti formada yazırıq.

Tarazlıq tənliyi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial t_{zr}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r}(t_{rr}^{(k)} - t_{\theta\theta}^{(k)}) = 0, \quad \frac{\partial t_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial t_{zz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r}(t_{rz}^{(k)}) = 0, \\ \frac{\partial D_R^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r}D_R^{(k)} + \frac{\partial D_Z^{(k)}}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

burada

$$\begin{aligned} t_{rr}^{(k)} &= \sigma_{rr}^{(k)} \left(1 + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right) + \sigma_{rz}^{(k)} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + M_{rr}^{(k)}, \\ t_{\theta\theta}^{(k)} &= \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \left(1 + \frac{u_r^{(k)}}{r} \right) + M_{\theta\theta}^{(k)}, \\ t_{zr}^{(k)} &= \sigma_{zr}^{(k)} \left(1 + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right) + \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + M_{zr}^{(k)}, \\ t_{rz}^{(k)} &= \sigma_{rr}^{(k)} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \sigma_{rz}^{(k)} \left(1 + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right) + M_{rz}^{(k)}, \\ t_{zz}^{(k)} &= \sigma_{zz}^{(k)} \left(1 + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right) + \sigma_{rz}^{(k)} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + M_{zz}^{(k)}, \\ D_R^{(k)} &= \left(1 + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right) D_r^{(k)} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} D_z^{(k)}, \\ D_Z^{(k)} &= \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} D_r^{(k)} + \left(1 + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right) D_z^{(k)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Pyezoelektrik materiallar üçün elektromexaniki münasibətlər:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(k)} &= c_{1111}^{(k)} s_{rr}^{(k)} + c_{1122}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k)} + c_{1133}^{(k)} s_{zz}^{(k)} - e_{111}^{(k)} E_r^{(k)} - e_{311}^{(k)} E_z^{(k)}, \\ \sigma_{\theta\theta}^{(k)} &= c_{2211}^{(k)} s_{rr}^{(k)} + c_{2222}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k)} + c_{2233}^{(k)} s_{zz}^{(k)} - e_{122}^{(k)} E_r^{(k)} - e_{322}^{(k)} E_z^{(k)}, \\ \sigma_{zz}^{(k)} &= c_{3311}^{(k)} s_{rr}^{(k)} + c_{3322}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k)} + c_{3333}^{(k)} s_{zz}^{(k)} - e_{133}^{(k)} E_r^{(k)} - e_{333}^{(k)} E_z^{(k)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{rz}^{(k)} &= c_{13211}^{(k)} s_{rz}^{(k)} - e_{113}^{(k)} E_r^{(k)} - e_{313}^{(k)} E_z^{(k)}, \\
D_r^{(k)} &= e_{111}^{(k)} s_{rr}^{(k)} + c_{122}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k)} + e_{133}^{(k)} s_{zz}^{(k)} + \varepsilon_{11}^{(k)} E_r^{(k)} + \varepsilon_{13}^{(k)} E_z^{(k)}, \\
D_z^{(k)} &= e_{311}^{(k)} s_{rr}^{(k)} + e_{322}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k)} + e_{333}^{(k)} s_{zz}^{(k)} + \varepsilon_{31}^{(k)} E_r^{(k)} + \varepsilon_{33}^{(k)} E_z^{(k)}, \\
M_{rr}^{(k)} &= \varepsilon_0^{(k)} \left(E_r^{(k)} E_r^{(k)} - \frac{1}{2} E^{(k)2} \right), \\
M_{\theta\theta}^{(k)} &= \varepsilon_0^{(k)} \left(\frac{1}{2} E^{(k)2} \right), \quad M_{zz}^{(k)} = \varepsilon_0^{(k)} \left(E_z^{(k)} E_z^{(k)} - \frac{1}{2} E^{(k)2} \right), \\
M_{rz}^{(k)} &= M_{zr}^{(k)} = \varepsilon_0^{(k)} \left(E_r^{(k)} E_z^{(k)} \right), \quad E^{(k)2} = \left(E_r^{(k)} \right)^2 + \left(E_z^{(k)} \right)^2, \\
E_r^{(k)} &= -\frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial \tau}, \quad E_z^{(k)} = -\frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial z}. \tag{4}
\end{aligned}$$

Deformasiyalar və yerdəyişmələr arasında əlaqə:

$$\begin{aligned}
s_{rr}^{(k)} &= \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2, \quad s_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_r^{(k)}}{r} \right)^2, \\
s_{zz}^{(k)} &= \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right)^2, \\
s_{rz}^{(k)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right). \tag{5}
\end{aligned}$$

Qeyd etmək lazımdır ki, pyezoelektrik materiallar üçün klassik xətti elektroelastiklik nəzəriyyəsinin müvafiq tənliklərini əldə edərkən aşağıdakı iki fərziyyə nəzərə alınır: (I) elementar səthlərin deformasiyalardan əvvəl və sonrakı sahələri arasındakı fərq, həmçinin, deformasiyalardan əvvəl və sonra elementar elementlərin həcmi arasındakı fərq nəzərə alınmır; (II) deformasiyaya görə "materiallaşdırılmış" əsas vektorların fırlanması nəzərə alınmır. Bununla belə, (2)-(5) tənliklərini əldə edərkən deformasiyaların o qədər kiçik olduğu güman edilir ki, (I) fərziyyə qüvvədə qalır, lakin (II) fərziyyədən imtina edilir. Başqa sözlə, (2)-(5) tənliklərini yazarkən "materiallaşdırılmış" əsas vektorların deformasiyalardan əvvəl və sonra istiqamətləri arasındakı fərq nəzərə alınır və (II) fərziyyələrin ləğv edilməsi mexaniki gərginlikləri, elektrik

yerdəyişmələrini təyin edərkən və sahələrin tənliklərini qeyd edərkən, habelə qüvvələrə münasibətdə sərhəd şərtlərini qeyd edərkən deformasiyanın yaratdığı əsas vektorların fırlanmalarının nəzərə alınması deməkdir.

Sonra sərhəd və əlaqə şərtləri tərtib edilir. Bu halda çatların səthlərinə münasibətdə aşağıdakı sərhəd şərtlərini yaza bilərik:

$$\begin{aligned} t_{rr}^{(2)} \Big|_{S_u^+} n_r^+ + t_{zz}^{(2)} \Big|_{S_u^-} n_z^- &= 0, \quad t_{rr}^{(2)} \Big|_{S_L^+} n_r^+ + t_{zr}^{(2)} \Big|_{S_L^+} n_z^+ = 0, \\ t_{rz}^{(2)} \Big|_{S_L^+} n_r^+ + t_{zz}^{(2)} \Big|_{S_L^+} n_z^+ &= 0, \\ t_{rr}^{(1)} \Big|_{S_L^-} n_r^- + t_{zr}^{(1)} \Big|_{S_L^-} n_z^- &= 0, \quad t_{rz}^{(1)} \Big|_{S_L^-} n_r^- + t_{zz}^{(1)} \Big|_{S_L^-} n_z^- = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Qeyd edək ki, (6) şərtləri $0 \leq r \leq l_0/2$ olduqda ödənilir, lakin $l_0/2 \leq r \leq l/2$ olduqda isə aşağıdakı əlaqə şərtləri qoyulur:

$$\begin{aligned} t_{zz}^{(3)} \Big|_{z=h_F+h_C} &= t_{zz}^{(2)} \Big|_{z=h_F+h_C}, \quad t_{zr}^{(3)} \Big|_{z=h_F+h_C} = t_{zr}^{(2)} \Big|_{z=h_F+h_C}, \\ u_z^{(3)} \Big|_{z=h_F+h_C} &= u_z^{(2)} \Big|_{z=h_F+h_C}, \quad u_r^{(3)} \Big|_{z=h_F+h_C} = u_r^{(2)} \Big|_{z=h_F+h_C}, \\ t_{zz}^{(2)} \Big|_{z=h_F} &= t_{zz}^{(1)} \Big|_{z=h_F}, \quad t_{zr}^{(2)} \Big|_{z=h_F} = t_{zr}^{(1)} \Big|_{z=h_F}, \\ u_z^{(2)} \Big|_{z=h_F} &= u_z^{(1)} \Big|_{z=h_F}, \quad u_r^{(2)} \Big|_{z=h_F} = u_r^{(1)} \Big|_{z=h_F}. \end{aligned} \quad (7)$$

Bölmə 2.2-də problemin həll metodu təqdim olunur, həll isə riyazi prosedurların bir neçə mərhələsini əhatə edir. Birincisi, tələb olunan qiymətlər kiçik bir parametrdə bir sıra şəkildə təqdim olunur və hər bir yaxınlaşma üçün tənliklər əldə edilir, sıfır yaxınlaşmanın qiymətləri və ilk yaxınlaşma ilə əlaqəli qiymətlər müəyyən edilir.

Əvvəlki bölmədə qoyulmuş problemi həll etmək üçün monoqrafiyada¹ işlənmiş metodu sırf elastik və özlü-elastik materiallar üçün tətbiq edirik. Bu üsula əsasən, bütün axtarılan kəmiyyətlər tənlik (1)-ə daxil olan və sınıq səthlərinin qüsursuzluq

¹ Akbarov S.D. Stability loss and buckling delamination: Three-dimensional linearized approach for elastic and viscoelastic composites. New York: Springer, 2013, 448p.

dərəcəsinə xarakterizə edən kiçik \mathfrak{R} parametrində sıra şəklində təmsil olunur:

$$\begin{aligned} & \left\{ \sigma_{rr}^{(k)}, \dots, u_r^{(k)}, \dots, D_r^{(k)}, \dots, \phi^{(k)} \right\} = \\ & = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \left\{ \sigma_{rr}^{(k),n}, \dots, u_r^{(k),n}, \dots, D_r^{(k),n}, \dots, \phi^{(k),n} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Normal vektorun sınıq səthinə endirilmiş n_r^{\pm} və n_z^{\pm} komponentləri üçün ifadənin alınması, (1)-dəki tənlik ilə təmsil olunması və kiçik ε parametrində sıra ilə eyni ifadələrin təqdim edilməsi, sonra (8) qeyri-xətti tənliklə əvəz edilməsi, əvvəlki paraqrafda verilən nisbət, çətin riyazi çevrilmələr və araşdırmalar aparılması nəticəsində (8)-də hər bir yaxınlaşma üçün müvafiq tənliyi və nisbəti əldə edirik. Burada biz bu tənlikləri və münasibətləri yalnız sıfır və birinci yaxınlaşma üçün yazırıq, sıfır yaxınlaşma ilə bağlı tənlikləri yazarkən, onlarda qeyri-xəttiliyi nəzərə almırıq. Belə ki, sıfır yaxınlaşması üçün bu tənlikləri və münasibətləri yazırıq:

Tarazlıq tənlikləri:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),0}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}^{(k),0}}{\partial z} + \frac{1}{r} \left(\sigma_{rr}^{(k),0} - \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \right) = 0, \\ & \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),0}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),0}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k),0} = 0, \\ & \frac{\partial D_r^{(k),0}}{\partial r} + \frac{1}{r} D_r^{(k),0} + \frac{\partial D_z^{(k),0}}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Deformasiyalar və mexaniki hərəkətlər arasında əlaqə:

$$\begin{aligned} s_{rr}^{(k),0} &= \frac{\partial u_r^{(k),0}}{\partial r}, \quad s_{\theta\theta}^{(k),0} = \frac{u_r^{(k),0}}{r}, \quad s_{zz}^{(k),0} = \frac{\partial u_z^{(k),0}}{\partial z}, \\ s_{rz}^{(k),0} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^{(k),0}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k),0}}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

Çatlaq səthlərində sərhəd şərtləri:

$$\sigma_{zr}^{(3),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = 0, \quad \sigma_{zz}^{(3),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = 0, \quad \sigma_{zr}^{(2),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = 0,$$

$$\sigma_{zz}^{(2),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = 0, \sigma_{zr}^{(2),0} \Big|_{z=h_F} = 0, \sigma_{zr}^{(1),0} \Big|_{z=h_F} = 0, \sigma_{zz}^{(1),0} \Big|_{z=h_F} = 0, \\ 0 \leq r \leq l_0/2 \text{ olduqda.} \quad (11)$$

Plitələrin təbəqələri arasında əlaqə şərtləri:

$$\sigma_{zz}^{(3),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = \sigma_{zz}^{(2),0} \Big|_{z=h_F+h_C}, \sigma_{zr}^{(3),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = \sigma_{zr}^{(2),0} \Big|_{z=h_F+h_C}, \\ u_z^{(3),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = u_z^{(2),0} \Big|_{z=h_F+h_C}, u_r^{(3),0} \Big|_{z=h_F+h_C} = u_r^{(2),0} \Big|_{z=h_F+h_C}, \\ \sigma_{zz}^{(2),0} \Big|_{z=h_F} = \sigma_{zz}^{(1),0} \Big|_{z=h_F}, \sigma_{zr}^{(2),0} \Big|_{z=h_F} = \sigma_{zr}^{(1),0} \Big|_{z=h_F}, \\ u_z^{(2),0} \Big|_{z=h_F} = u_z^{(1),0} \Big|_{z=h_F}, u_r^{(2),0} \Big|_{z=h_F} = u_r^{(1),0} \Big|_{z=h_F}, \\ l_0/2 \leq r \leq l/2 \text{ olduqda.} \quad (12)$$

Sonra üz laylarının ön müstəvilərində sərhəd şərtləri, silindrik yan səthdə sərhəd şərtləri, elektrik yerdəyişməsinə və ya elektrik potensialına görə çatların səthində sərhəd şərtləri, təmas şərtləri verilir. Elektrik yerdəyişməsi və elektrik potensialı üçün elektrik yerdəyişməsi və ya elektrik potensialı üçün üz təbəqələrinin üz müstəviləri üçün sərhəd şərtləri, elektrik yerdəyişməsi və elektrik potensialı üçün silindrik yan səthdə sərhəd şərtləri daxil edilir.

İndi birinci yaxınlaşma ilə bağlı tənliyi və əlaqəni nəzərdən keçirək. Qeyd edək ki, bu tənlikləri və münasibətləri əldə edərkən, nəzərə alınır: $\sigma_{rz}^{(k),0} = \sigma_{zz}^{(k),0} = 0$ və

$$\left\{ \partial u_r^{(k),0} \Big|_{\partial r}; \partial u_z^{(k),0} \Big|_{\partial r}; \partial u_r^{(k),0} \Big|_{\partial z}; \partial u_z^{(k),0} \Big|_{\partial z} \right\} \ll 1.$$

Beləliklə, birinci yaxınlaşma üçün aşağıdakı tənlikləri və əlaqələri alırıq:

tarazlıq tənliyi:

$$\frac{\partial t_{rr}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{\partial t_{zr}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} (t_{rr}^{(k),1} - t_{\theta\theta}^{(k),1}) = 0, \frac{\partial t_{rz}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{\partial t_{zz}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} t_{rz}^{(k),1} = 0, \\ \frac{\partial D_R^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} D_R^{(k),1} + \frac{\partial D_Z^{(k),1}}{\partial z} = 0. \quad (13)$$

burada

$$\begin{aligned}
t_{rr}^{(k),1} &= \sigma_{rr}^{(k),1} + \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} + M_{rr}^{(k),1}, \\
t_{\theta\theta}^{(k),1} &= \sigma_{\theta\theta}^{(k),1} + \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \frac{u_r^{(k),1}}{r} + M_{\theta\theta}^{(k),1}, \\
t_{zr}^{(k),1} &= \sigma_{zr}^{(k),1} + M_{zr}^{(k),1}, \quad t_{rz}^{(k),1} = \sigma_{rr}^{(k),1} + \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} + M_{rz}^{(k),1}, \\
t_{zz}^{(k),1} &= \sigma_{zz}^{(k),1} + M_{zz}^{(k),1}, \quad D_R^{(k),1} = D_r^{(k),1} + D_r^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} D_z^{(k),0}, \\
D_Z^{(k),1} &= D_z^{(k),1} + D_z^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z} + D_r^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r}, \\
M_{rr}^{(k),1} &= E_r^{(k),0} E_r^{(k),1} - E_z^{(k),0} E_z^{(k),1}, \quad M_{\theta\theta}^{(k),1} = E_r^{(k),0} E_r^{(k),1} - E_z^{(k),0} E_z^{(k),1}, \\
M_{zz}^{(k),1} &= E_z^{(k),0} E_z^{(k),1} - E_r^{(k),0} E_r^{(k),1}.
\end{aligned} \tag{14}$$

Deformasiyalar və mexaniki hərəkətlər arasında əlaqə:

$$\begin{aligned}
s_{rr}^{(k),1} &= \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r}, \quad s_{\theta\theta}^{(k),1} = \frac{u_r^{(k),1}}{r}, \quad s_{zz}^{(k),1} = \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z}, \\
s_{rz}^{(k),1} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} \right).
\end{aligned} \tag{15}$$

Yenə də müvafiq sərhəd və əlaqə şərtləri təqdim olunur.

Hər bir yaxınlaşma üçün alınan elektro-mexaniki nisbətləri də əlavə etmək lazımdır. Sıfır yaxınlaşma üçün bu münasibətləri yazaq:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}^{(k),0} &= c_{11}^{(k)} s_{rr}^{(k),0} + c_{12}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k),0} + c_{13}^{(k)} s_{zz}^{(k),0} - e_{11}^{(k)} E_r^{(k),0} - e_{31}^{(k)} E_z^{(k),0}, \\
\sigma_{\theta\theta}^{(k),0} &= c_{12}^{(k)} s_{rr}^{(k),0} + c_{22}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k),0} + c_{23}^{(k)} s_{zz}^{(k),0} - e_{12}^{(k)} E_r^{(k),0} - e_{32}^{(k)} E_z^{(k),0}, \\
\sigma_{zz}^{(k),0} &= c_{13}^{(k)} s_{rr}^{(k),0} + c_{23}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k),0} + c_{33}^{(k)} s_{zz}^{(k),0} - e_{13}^{(k)} E_r^{(k),0} - e_{33}^{(k)} E_z^{(k),0}, \\
\sigma_{rz}^{(k),0} &= c_{44}^{(k)} s_{rz}^{(k),0} - e_{15}^{(k)} E_r^{(k),0} - e_{35}^{(k)} E_z^{(k),0}, \\
D_r^{(k),0} &= e_{11}^{(k)} s_{rr}^{(k),0} + e_{12}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k),0} + e_{13}^{(k)} s_{zz}^{(k),0} + e_{11}^{(k)} E_r^{(k),0} + e_{13}^{(k)} E_z^{(k),0}, \\
D_z^{(k),0} &= e_{31}^{(k)} s_{rr}^{(k),0} + e_{32}^{(k)} s_{\theta\theta}^{(k),0} + e_{33}^{(k)} s_{zz}^{(k),0} + e_{31}^{(k)} E_r^{(k),0} + e_{33}^{(k)} E_z^{(k),0}, \\
M_{rr}^{(k),0} &= M_{\theta\theta}^{(k),0} = M_{rz}^{(k),0} = M_{zr}^{(k),0} = 0,
\end{aligned}$$

$$E_r^{(k),0} = -\frac{\partial \phi^{(k),0}}{\partial r}, E_z^{(k),0} = -\frac{\partial \phi^{(k),0}}{\partial z}, \quad (16)$$

Analoji qayda ilə ilk yaxınlaşma üçün elektro-mexaniki əlaqəni də yaza bilərik.

İki fazalararası dairəvi çatlı dairəvi üçqatlı diskin laylanmaqabarmasını təyin edən böhran parametrləri müəyyən etmək üçün yalnız sıfır və birinci yaxınlaşmalardan istifadə etmək kifayətdir².

Bölmə 2.3-də sonlu elementlər metodu haqqında bəzi əsas məlumatlar verilir.

Bölmə 2.4 ədədi nəticələr və onların təhlilinə həsr olunmuşdur. Burada çatların səthlərinin ilkin qüsursuzluğunun formaları seçilir, local qabarma kriteriyası, lay materialının seçilməsi və hesablama alqoritminin sınaqdan keçirilməsi izah edilir. Dissertasiyanın ikinci fəslində bir çox ədədi nəticələr cədvəllər şəklində verilmişdir ki, onlardan daha konkret hallar üçün daha konkret nəticələr çıxarmaq olar.

Üçüncü fəsildə təbəqələrarası dairəvi çatlar olan üçqat PZT+Elastik+PZT dairəvi lövhə nəzərdən keçirilir və əvvəlki fəsildən fərqli olaraq, çat səthlərində heç bir ilkin qüsür yoxdur və bu səthlər təbəqələrarası müstəvilərin üstündə üst-üstə düşür. Bundan əlavə, hesab edilir ki, əvvəlcə lövhə silindrik yan səthə təsir edən bərabər paylanmış radial normal qüvvələrlə yüklənir və bu yüklərin yaratdığı gərginlik vəziyyəti ilkin gərginlik adlanır. Daha sonra çatların səthlərinin normal açılış qüvvələri ilə yükləndiyini, nəticədə çatların cəbhəsində gərginliyin konsentrasiyasının yarandığını fərz edirik və nəzərdən keçirilən lövhənin enerji buraxma sürəti (EBS) və ümumi elektro-mexaniki enerji öyrənilir. Bu halda, tədqiqat elektroelastikliyin üçölçülü xəttləşdirilmiş nəzəriyyəindən istifadə etməklə aparılır ki, bu da EBS-nin qiymətinə ilkin gərginliklərin mövcudluğunu nəzərə almağa imkan verir.

Bölmə 3.1-də əvvəlcə ilkin vəziyyəti (birinci mərhələ) təyin etmək üçün problemin qoyuluşu, sonra isə ikinci mərhələ ilə bağlı problemin qoyuluşu verilir. Fərz edilir ki, birinci mərhələdə nəzərdən

² Akbarov S.D. Stability loss and buckling delamination: Three-dimensional linearized approach for elastic and viscoelastic composites. New York: Springer, 2013, 448p.

keçirilən lövhədəki elektromexaniki vəziyyəti ön təbəqələr üçün pyeoelektrik materiallar üçün xətti elektroelastiklik nəzəriyyəsi və orta təbəqə üçün xətti elastiklik nəzəriyyəsi çərçivəsində müəyyən etmək olar. İkinci mərhələ ilə bağlı problemin formalaşdırılmasının əsas məqamları aşağıdakılardır. İlkin elektromexaniki vəziyyətin ikinci mərhələdə özünü göstərən kəmiyyətlərə təsirini artırmaq üçün pyeoelektrik materiallar üçün elektro-elastikliyin xətti nəzəriyyəsiəndən imtina etmək lazımdır. Qeyd edək ki, bu effeğin nəzərə alınması piezoelektrik materiallar üçün elektroelastikliyin xəttilləşdirilmiş nəzəriyyəsi çərçivəsində (müəyyən fərziyyələr çərçivəsində) nəzərə alın bilər. Bu mövqeyə əsaslanaraq, göstərilən xəttilləşdirilmiş nəzəriyyələr çərçivəsində ikinci mərhələ ilə bağlı problemin qoyuluşunu tərtib edəcəyik və bununla da ilkin vəziyyətin axtarılan parametrlərin qiymətlərinə təsirini nəzərə almaq imkanını təmin edəcəyik, bu parametrlər çatların səthinə təsir edən əlavə yükləmə zamanı yaranır.

Bölmə 3.2-də ilkin (birinci) və həyəcanlanma (yəni ikinci mərhələ) vəziyyətinə aid kəmiyyətlər ayrıca müəyyən edilir.

Sen-Venan prinsipinə əsasən $0 \leq r < (l/2 - h)$ olduqda ilkin vəziyyətdə lövhədəki gərginliyin aşağıdakı ifadələrlə təyin olunduğunu fərz edə bilərik:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{(k)0} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(k)0} = 0, \quad s_{zz}^{(k)0} = 0, \\ s_{rr}^{(k)0} = s_{\theta\theta}^{(k)0} = \text{const}_k, \quad \sigma_{rr}^{(k)0} = \sigma_{\theta\theta}^{(k)0} = \text{const}_{1k}. \end{aligned} \quad (17)$$

Elektrik yerdəyişməsinə görə sərhəd şərtini verməklə bunu qəbul etmək olar:

$$D_z^{(k)0} = D_r^{(k)0} = 0, \quad k = 1, 3. \quad (18)$$

Əvvəlki bölmədəki elektromexaniki əlaqələrdən və (18) ifadəsindən istifadə edərək, alırıq:

$$\begin{aligned} E_r^{(k)0} &= a_1^{(k)} s_{rr}^{(k)0} + b_1^{(k)} s_{zz}^{(k)0}, \\ E_z^{(k)0} &= d_1^{(k)} s_{rr}^{(k)0} + c_1^{(k)} s_{zz}^{(k)0}, \end{aligned} \quad (19)$$

burada

$$\begin{aligned}
a_1^{(k)} &= \frac{\varepsilon_{13}^{(k)}(e_{31}^{(k)} + e_{32}^{(k)}) - \varepsilon_{33}^{(k)}(e_{11}^{(k)} + e_{22}^{(k)})}{\varepsilon_{11}^{(k)}\varepsilon_{33}^{(k)} - \varepsilon_{13}^{(k)}\varepsilon_{31}^{(k)}}, \\
b_1^{(k)} &= \frac{\varepsilon_{13}^{(k)}e_{33}^{(k)} - \varepsilon_{33}^{(k)}e_{13}^{(k)}}{\varepsilon_{11}^{(k)}\varepsilon_{33}^{(k)} - \varepsilon_{13}^{(k)}\varepsilon_{31}^{(k)}}, \quad c_1^{(k)} = \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}e_{33}^{(k)} - \varepsilon_{31}^{(k)}e_{13}^{(k)}}{\varepsilon_{13}^{(k)}\varepsilon_{33}^{(k)} - \varepsilon_{11}^{(k)}\varepsilon_{33}^{(k)}}, \\
d_1^{(k)} &= \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}(e_{31}^{(k)} + e_{32}^{(k)}) - \varepsilon_{31}^{(k)}(e_{11}^{(k)} + e_{12}^{(k)})}{\varepsilon_{13}^{(k)}\varepsilon_{33}^{(k)} - \varepsilon_{11}^{(k)}\varepsilon_{33}^{(k)}}. \tag{20}
\end{aligned}$$

$\sigma_{zz}^{(j)0} = 0$ bərabərliyini nəzərə alsaq, yaza bilərik:

$$\begin{aligned}
s_{zz}^{(j)0} &= a_{zr}^{(j)}s_{rr}^{(j)0}, \\
a_{zr}^{(k)} &= \frac{c_{13}^{(k)} + c_{32}^{(k)} - e_{13}^{(k)}a_1^{(k)} - e_{33}^{(k)}d_1^{(k)}}{c_{33}^{(k)} - e_{13}^{(k)}b_1^{(k)} - e_{33}^{(k)}c_1^{(k)}}, \quad k = 1, 3, \\
a_{zr}^{(2)} &= \frac{2\lambda^{(2)}}{\lambda^{(2)} + 2\mu^{(2)}}. \tag{21}
\end{aligned}$$

(21) ifadələrinə əsasən alırıq:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}^{(j)0} &= A_r^{(j)}s_{rr}^{(j)0} \\
A_r^{(k)} &= c_{11}^{(k)} + c_{12}^{(k)} - e_{11}^{(k)}a_1^{(k)} + a_{zr}^{(k)}c_{13}^{(k)} - a_{zr}^{(k)}e_{11}^{(k)}b_1^{(k)} - a_{zr}^{(k)}e_{31}^{(k)}c_1^{(k)} \\
A_r^{(2)} &= \frac{\lambda^{(2)}}{\lambda^{(2)} + 2\mu^{(2)}}. \tag{22}
\end{aligned}$$

Bunu da nəzərə alaraq ki,

$$s_{rr}^{(1)0} = s_{rr}^{(2)0}, \quad 2h_f\sigma_{rr}^{(1)0} + h_c\sigma_{rr}^{(2)0} = hq. \tag{23}$$

Beləliklə, (22) və (23)-dən aşağıdakı ifadəni təyin edirik:

$$\sigma_{rr}^{(1)0} = q \left(2\frac{h_f}{h} + \frac{h_c}{h} \frac{A_r^{(2)}}{A_r^{(1)}} \right)^{-1}. \tag{24}$$

Deməli, ilkin vəziyyətə aid kəmiyyətlər (17)-(24) ifadələri vasitəsilə müəyyən edilir. Xatırladaq ki, bu ifadələr $0 \leq r < (l/2 - h)$ olduqda etibarlıdır və üz təbəqələrinin materialları eyni olduqda əldə edilir.

İkinci mərhələ ilə bağlı sərhəd kontakt məsələlərini analitik şəkildə həll etmək mümkün deyildir və buna görə də bu problemləri həll etmək üçün SEM-dan istifadə edirik. Sərhəd məsələlərini həll

etmək və SEM-dan istifadə etmək üçün aşağıdakı funksionalı³⁴ daxil edək:

$$\begin{aligned}
 & \Pi(u_r^{(1)}, u_r^{(2)}, u_r^{(3)}, u_z^{(1)}, u_z^{(2)}, u_z^{(3)}, \phi^{(1)}, \phi^{(3)}) = \\
 & = \frac{1}{2} 2\pi \sum_{k=1}^3 \iint_{\Omega^{(k)}} \left[t_{rr}^{(k)} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + t_{\theta\theta}^{(k)} \frac{u_r^{(k)}}{r} + t_{rz}^{(k)} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \right. \\
 & \quad \left. + t_{zr}^{(k)} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + t_{zz}^{(k)} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right] r dr dz + \\
 & \quad + \frac{1}{2} 2\pi \iint_{\Omega^{(1)}} [E_r^{(1)} D_r^{(1)} + E_z^{(1)} D_z^{(1)}] r dr dz + \\
 & \quad - \frac{1}{2} 2\pi \iint_{\Omega^{(3)}} [E_r^{(3)} D_r^{(3)} + E_z^{(3)} D_z^{(3)}] r dr dz - \\
 & \quad - 2\pi \int_0^{l_0/2} p u_z^{(1)} \Big|_{z=h_F} r dr - 2\pi \int_0^{l_0/2} p u_r^{(2)} \Big|_{z=h_F} r dr - \\
 & \quad - 2\pi \int_0^{l_0/2} p u_z^{(2)} \Big|_{z=h_F+h_C} r dr - 2\pi \int_0^{l_0/2} p u_z^{(3)} \Big|_{z=h_F+h_C} r dr. \quad (25)
 \end{aligned}$$

burada

$$\begin{aligned}
 \Omega^{(1)} &= \{0 \leq r \leq l/2; 0 \leq z \leq h_F\} - \{z = h_F - 0; 0 \leq r \leq l_0/2\} \\
 \Omega^{(2)} &= \{0 \leq r \leq l/2; h_F \leq z \leq h_F + h_C\} - \{z = h_F + 0; 0 \leq r \leq l_0/2\} \\
 & \quad - \{z = h_F + h_C - 0; 0 \leq r \leq l_0/2\} \\
 \Omega^{(3)} &= \{0 \leq r \leq l/2; h_F + h_C \leq z \leq 2h_F + h_C\} - \\
 & \quad - \{z = h_F + h_C + 0; 0 \leq r \leq l_0/2\}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Qeyd edək ki, (25) funksionalı aşkar dəyişikliklərlə əvvəlki fəsilə verilmiş funksionalla üst-üstə düşür. Buna görə də, SEM

³ Yang Y.S. An introduction to the theory of piezoelectricity. New York. Springer 2005, 282p.

⁴ Akbarov S.D. Stability loss and buckling delamination: Three-dimensional linearized approach for elastic and viscoelastic composites. New York: Springer, 2013, 448p.

modelləşdirməsi üçün (25) funksionalı üzərində yerinə yetirilən əməliyyatlar əvvəlki fəsildə təsvir edilən müvafiq əməliyyatlarla eynidir. Bu müddəaya görə burada bu əməliyyatların təqdimatı nəzərə alınmır.

Beləliklə, düyün nöqtələrdə mexaniki yerdəyişmələrin və elektrik potensialının qiymətlərini təyin edərək, hər bir sonlu element daxilində yerdəyişmələrin və elektrik potensialının qiymətini müəyyən edirik. Bundan əlavə, yerdəyişmələri və potensialı təyin etdikdən sonra (2), (3) və (4) münasibətlərindən istifadə edərək, hər bir sonlu element daxilində və tam lövhə daxilində bütün tələb olunan qiymətləri təyin edirik.

Lövhədəki gərginlik-deformasiya vəziyyətinin qiymətlərini nəzərə alaraq və

$$\gamma = \frac{\partial u}{\pi l_0 \partial l_0} \quad (27)$$

düsturundan⁵⁶ istifadə edərək dairəvi çatın ön hissəsində EBS-i (yəni γ) təyin edərək, burada U -nun qiyməti aşağıdakı inteqraldan hesablanır:

$$U = \frac{1}{2} 2\pi \sum_{k=1}^3 \iint_{\Omega^{(k)}} \left[t_{rr}^{(k)} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + t_{\theta\theta}^{(k)} \frac{u_r^{(k)}}{r} + t_{rz}^{(k)} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + t_{zr}^{(k)} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + t_{zz}^{(k)} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right] r dr dz + \frac{1}{2} 2\pi \iint_{\Omega^{(1)}} [E_r^{(1)} D_r^{(1)} + E_z^{(1)} D_z^{(1)}] r dr dz + \frac{1}{2} 2\pi \iint_{\Omega^{(3)}} [E_r^{(3)} D_r^{(3)} + E_z^{(3)} D_z^{(3)}] r dr dz. \quad (28)$$

Qeyd edək ki, (27) ifadəsindəki l_0 / b dairəvi çatın radiusudur.

Bölmə 3.3-də ədədi nəticələr və bu nəticələrin təhlili aparılır. Bu tədqiqatlarda üz təbəqə materialları *PZT-4*, *PZT-5H* və

⁵ Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974, 640с.

⁶ Черепанов Г.П. Механика разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1983, 298с.

$BaTiO_3$, orta təbəqə materialları isə Al (alüminium) və St (polad) arasından seçiləcək.

Bu bölmədə biz dairəvi çatın ön hissəsində elektromexaniki enerji U və enerji buraxma dərəcəsi (EBD) γ ilə bağlı ədədi nəticələri təqdim və təhlil edəcəyik. Mexaniki və elektrik sahələrinin qarşılıqlı təsirinin bu ədədi nəticələrə təsirini müəyyən etmək üçün aşağıdakı iki halı nəzərdən keçirəcəyik (cədvəl 1 və 2):

I hal

$$e_{ij}^{(1)} = e_{ij}^{(3)} = 0, \quad \varepsilon_{ij}^{(1)} = \varepsilon_{ij}^{(3)} = 0, \quad (29)$$

II hal

$$e_{ij}^{(1)} = e_{ij}^{(3)} \neq 0, \quad \varepsilon_{ij}^{(1)} = \varepsilon_{ij}^{(3)} \neq 0. \quad (30)$$

Qeyd edək ki, 1-ci halla bağlı ədədi nəticələr sırf mexaniki enerjinin və EBS-nin qiymətini göstərir. Bununla belə, 2-ci vəziyyətə aid ədədi nəticələr mexaniki və elektrik sahələri arasında qarşılıqlı təsirin tam nəzərə alınması ilə enerji və EBS qiymətini göstərir.

3.3.1-ci bənddə sonlu elementlərin modelləşdirilməsi və fərdi kompüter proqramlarının sınaqları təhlil edilir.

3.3.2-ci bənddə enerjilərə və EBS-lərinə aid ədədi nəticələr təqdim olunur və onların təhlili aparılır. Birincisi, lövhədə heç bir ilkin gərginlik olmadığı hal, yəni $q = 0$ halı nəzərdən keçirilir. Bu zaman 2 (30) halına baxılır və aşağıdakı enerjilər fərqləndirilir:

- ümumi elektro-mexaniki enerji;
- sırf mexaniki enerji, burada qəbul olunur ki, $e_{ij}^{(1)} = e_{ij}^{(3)} = 0$,
 $\varepsilon_{ij}^{(1)} = \varepsilon_{ij}^{(3)} = 0$;
- qarşılıqlı təsir enerjisi;
- təmiz elektrik enerjisi.

$$PZT - 5H|Al|PZT - 5H \quad \text{və} \quad PZT - 5H|St|PZT - 5H$$

lövhələrində yaranan çat radiusunun yuxarıdakı enerjilərə təsirini göstərən ədədi nəticələr qrafiklər şəklində göstərilmişdir. Qeyd edək ki, bu nəticələri əldə edərkən $q|C_{44}^{PZT-5H} = 0$ (yəni lövhədə ilkin gərginliklər yoxdur) və $h_F / l = 0.025$ olduğu qəbul olunur.

Cədvəl 1. $l_0/l=0.5, h_F/l=0.05$ və $h_C/l=0.1$ olduğu halda sonlu elementlərin sayından asılı olaraq radial istiqamətdə ədədi nəticələrin yığılması; Oz oxu istiqamətdə sonlu elementlərin sayı 12-dir və $PZT-5H|Al|PZT-5H$ lövhəsinə baxılır.

Radial istiqamətdə sonlu elementlərin sayı	Sərbəst variasiyaların sayı	$\gamma(c_{44}^{PZT-5Hl})$	
		1-ci hal	2-ci hal
40	5039	5.17384	3,74138
60	7559	5.25945	3.80980
80	10079	5.31453	3.85354
100	12599	5.35750	3.88634
120	15119	5.39413	3.91292
140	17639	5.42579	3.93496
160	20159	5.45335	3.95347
200	25199	5.49826	3.98258
300	37799	5.56864	4.02635
400	50399	5.60464	4.04842
500	62999	5.62642	4.06177

Cədvəl 2. $l_0/l=0.5, h_F/l=0.05, h_C/l=0.1$ olduğu halda sonlu elementlərin sayından asılı olaraq Oz oxu istiqamətdə ədədi nəticələrin yığılması; ox istiqamətdə sonlu elementlərin sayı 100-dür və $PZT-5H|Al|PZT-5H$ lövhəsinə baxılır.

Oz oxu istiqamətdə sonlu elementlərin sayı	Sərbəst variasiyaların sayı	$\gamma(c_{44}^{PZT-5Hl})$	
		1-ci hal	2-ci hal

12	12599	5.35750	3.88634
18	18599	5.33552	3.86970
20	20599	5.33017	3.86545
24	24599	5.32377	3.85928
28	28599	5.32045	3.85535
30	39599	5.31515	3.85174
40	40599	5.30807	3.84444

Müəllif öz elmi rəhbəri, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor Orucəli Hüseynqulu oğlu Rzayevə daim diqqətinə və dəyərli məsləhətlərinə görə minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Təqdim olunan dissertasiya işində iki növ oxasimmetrik məsələ nəzərdən keçirilir və tədqiq olunur. Bunlardan birincisi, təbəqələrarası dairəvi çatlarlı üçqatlı PZT+Elastik+PZT lövhənin lokal qabarması məsələsi, ikincisi, baxılan təbəqələrarası dairəvi çatlarlı lövhənin dağılması (yəni EBS-nin öyrənilməsi) məsələsidir. Bu məsələlər piezoelektrik materiallar üçün üçölçülü xəttiləşdirilmiş elektroelastiklik nəzəriyyəindən istifadə edilməklə həll edilir. Müvafiq sərhəd məsələləri SEM-dan istifadə olunmaqla ədədi şəkildə həll edilir.

Birinci problemi həll edərkən, axtarılan kəmiyyətlər çatlaq səthlərinin ilkin qüsursuzluğunun dərəcəsini xarakterizə edən kiçik bir parametr üzrə sıra formasında təqdim olunur. Müvafiq riyazi hesablamalardan istifadə edərək, hər bir yaxınlaşma üçün müvafiq qapalı tənliklər sistemi və pyezoelektrik materiallar üçün sərhəd şərtləri həndəsi qeyri-xətti elektroelastiklik nəzəriyyəsinin müvafiq tənliklərindən və münasibətlərindən ayrıca alınır. Müəyyən edilmişdir ki, birinci və sonrakı yaxınlaşmalar üçün alınan tənliklər və münasibətlər pyezoelektrik materiallar üçün üçölçülü xəttiləşdirilmiş sabitlik nəzəriyyəsi ilə müvafiq tənliklər və münasibətlərlə üst-üstə düşür. Sıxıcı qüvvənin böhran qiymətlərinin təyini ilkin qüsursuzluq meyarından istifadə edilməklə yalnız sıfır və ilk yaxınlaşmalar çərçivəsində həyata keçirilir.

$$PZT - 5H|Al|PZT - 5H, \quad PZT - 4|Al|PZT - 4,$$

$BaTiO_3|Al|BaTiO_3$, $PZT - 5H|St|PZT - 5H$, $PZT - 4|St|PZT - 4$
və $BaTiO_3|St|BaTiO_3$ lövhələri üçün konkret ədədi nəticələr əldə edilmişdir. Bu nəticələr eyni vaxtda üz pyezoelektrik təbəqəsində təsir edən ölçüsüz radial normal gərginlik $\sigma_{cr}^{(1)}$, orta elastik təbəqədə $\sigma_{cr}^{(2)}$ ölçüsüz radial normal gərginlik və lövhələrin yan silindrik səthinə təsir edən xarici bərabər paylanmış sıxıcı normal qüvvələrin \bar{P}_{cr} ölçüsüz intensivliyi kimi təqdim olunur. Bu deyilənlərə əsasən aşağıdakı konkret nəticələr çıxarmaq olar:

- $\sigma_{cr}^{(1)}$, $\sigma_{cr}^{(2)}$ və \bar{P}_{cr} qiymətləri üz təbəqələrinin qalınlığının azalması və dairəvi çatların radiusunun artması ilə azalır;
- bütün baxılan hallarda üz təbəqələrinin pyezoelektrikliyi $\sigma_{cr}^{(1)}$ qiymətlərinin artmasına səbəb olur və üz təbəqələrinin qalınlığının artması ilə bu artım daha da əhəmiyyətli olur;
- $\sigma_{cr}^{(2)}$ və \bar{P}_{cr} qiymətlərinə görə üz təbəqələrinin materiallarının pyezoelektrikliyinə təsirinin təbiəti lövhələrin təbəqələrinin elektromexaniki və həndəsi xüsusiyyətlərindən asılıdır: bir qayda olaraq, nisbətən nazik (qalın) üz təbəqəsi üçün və nisbətən uzun (qısa) çat üçün üz təbəqələrinin pyezoelektrikliyi $\sigma_{cr}^{(2)}$ və \bar{P}_{cr} qiymətlərinin azalmasına (artmasına) gətirib çıxarır.

Lakin göstərilən "artım" və "azalma" qiymətləri $\sigma_{cr}^{(1)}$ üçün əldə edilən müvafiq "artım" və ya "azalma"dan əhəmiyyətli dərəcədə azdır:

- əsas materialı *St* (polad) olan orta təbəqələr üçün əldə edilən $\sigma_{cr}^{(1)}$, $\sigma_{cr}^{(2)}$ və \bar{P}_{cr} qiymətləri, əsas materialı *Al* (alüminium) olan orta təbəqələr üçün əldə edilən müvafiq qiymətlərdən böyükdür;
- təbəqələrarası çatın yaxınlığında üz təbəqəsinin local qabarmasına pyezoelektrik təsirini təyin etmək üçün daha həssas böhran parametrləri $\sigma_{cr}^{(1)}$ -dir.

İkinci məsələni həll edərkən fərz edilir ki, təbəqələrarası dairəvi çatlara malik dairəvi üçqatlı lövhə əvvəlcə radial istiqamətdə bərabər paylanmış normal qüvvələr tərəfindən sıxılır və bu qüvvə lövhənin silindrik yan səthinə təsir göstərir. Bu qüvvələrin yaratdığı lövhədəki gərginlik vəziyyətinə ilkin gərginlik deyilir. Bundan sonra çatların səthinə bərabər paylanmış normal "açma" qüvvələrinin tətbiq olunduğu qəbul edilir və ilkin gərginliklərin çatlara təsirini nəzərə almaqla EBS-ni və bu qüvvələrin yaratdığı enerjini təyin etmək tələb olunur.

Tədqiqat piezoelektrik materiallar üçün üçölçülü xəttiləşdirilmiş elektro-elastiklik nəzəriyyəsi istifadə olunmaqla

aparılır və $PZT-5H|Al|PZT-5H$, $PZT-4|Al|PZT-4$, $BaTiO_3|Al|BaTiO_3$, $BaTiO_3|Al|BaTiO_3$ lövhələri üçün SEM tətbiq olunmaqla konkret ədədi nəticələr alınır. Bu deyilənlərə əsasən aşağıdakı konkret nəticələr çıxarmaq olar:

- üz təbəqələrinin materialının pyezoelektrikliyi ümumi elektromexaniki enerjinin qiymətinin azalmasına səbəb olur və bu azalmanın miqyası l_0/l -in artması və h_F/l -in azalması ilə artır, burada $l_0/2$ ($l/2$) dairəvi çətin radiusdur (dairəvi lövhənin radiusu), h_F -üz təbəqəsinin qalınlığıdır. Beləliklə, l_0/l və h_F/l parametrləri yalnız dairəvi çətin ölçülərini və üz təbəqəsinin qalınlığını deyil, həm də bütün dairəvi lövhənin ölçülərini xarakterizə edir;
- lövhənin radial istiqamətdə ilkin sıxılması (dartılması) EBS qiymətlərinin artmasına (azalmasına) səbəb olur; ilkin sıxılma zamanı sıxıcı qüvvə müvafiq böhran qüvvələrə yaxınlaşdıqca EBS-nin qiyməti qeyri-müəyyən olaraq artır;
- üz təbəqələrinin materialının piezoelektrikliyi EBS qiymətlərinin azalmasına səbəb olur;
- EBS-nin qiymətləri l_0/l artımı ilə (h_F/l artımı ilə) artır (azalır);
- EBS-nin qiyməti təkcə ön təbəqələrin materiallarının elektromexaniki xüsusiyyətlərindən deyil, həm də orta təbəqənin materialının mexaniki xüsusiyyətlərindən asılıdır;
- ikinci məsələ üzrə alınan ədədi nəticələr, əvvəllər tədqiqat aparılmış elmi işlərdə əldə edilmiş nəticələrlə keyfiyyət və kəmiyyət mənasında üst-üstə düşür.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı əsərlərdə dərc edilmişdir:

1. Cafarova F.I., Rzayev O.A. A stability loss of the PZT/Metal/PZT sandwich circular plate-disc under "open-circuit" condition//Transactions of NAS of Azerbaijan, issue mechanics. 2016, v.36, №4, p.50-59.

2. Cafarova F.I., Akbarov S.D., Yahnioglu N. Buckling delamination of the PZT/Metal/PZT sandwich circular plate-disc with penny-shaped interface cracks.//Smart Structures and Systems, 2017, v.19, №2, p.163-179.
3. Akbarov S.D., Cafarova F.I., Yahnioglu N. Buckling delamination of the circular sandwich plate with piezoelectric face and elastic core layers under rotationally symmetric external pressure//AIP conference Proceeding 1815, 080001(2017); doi:10/1063/1.4976433, Turkish Physical Society 32-nd International Physics Congress (TPS32)
4. Cafarova F.I., Rzayev O.A. On the influence of the "short-and open-circuit" conditions on stability loss of the PZT/Metal/PZT sandwich circular plate-disc condition//Caspian Journal of Applied Mathematics, ecology and economics. Inter. Academy, Baku,ISSN:1560-4055, 2017,v.5, №2, p.26-28.
5. Cafarova F.I. FEM analysis of the problem related to the penny-shaped interface cracks contained in the PZT/Metal/PZT sandwich circular plate// "Müasir təbiət və iqtisad elmlərinin aktual problemləri" adlı Beynəlxalq Elmi konfrans. 04-05 may 2018, səh. 271-277.
6. Cafarova F.I. On the problem formulation and solution method of the penny shaped interface crack problems related to the Elastic/PZT/Elastic sandwich circular plate // "Müasir təbiət və iqtisad elmlərinin aktual problemləri" adlı Beynəlxalq Elmi konfrans. 04-05 may 2018, səh . 309-312.
7. Cafarova F.I. Electro-mechanical energies of the PZT/Elastic/PZT sandwich circular plate with penny-shaped interface cracks under action of the normal opening forces on the cracks edges// Transactions of NAS of Azerbaijan, issue mechanics. 2018, v.38, №7, p.
8. Cafarova F.I. Energy release rate at the front of penny-shaped interface cracks contained in the PZT/Elastic/PZT sandwich circular plate under action of the normal opening forces on the cracks edges// Journal of Cont. Applied Math. v.8, 2018, p.25-46.
9. Akbarov S.D., Cafarova F.I., Yahnioglu N. The influence of initial stresses on energy release rate and total electro-mechanical

potential energy for penny-shaped interface cracks in PZT/Elastic/PZT sandwich circular plate-disc// Smart Structures and Systems. v.22, №3, 2018, p.259-276.

Dissertasiyanın müdafiəsi **14 dekabr 2021**-ci il tarixində saat **14⁰⁰** – da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Bakı şəh., akad.Z.Xəlilov küç., 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **12 noyabr 2021**-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 19.10.2021

Kağızın formatı: 60×84 1/16

Həcm: 40000

Tiraj: 30